

Tehničko rešenje: Metoda merenja faktora izobličenja složenoperiodične merene veličine

Rukovodilac projekta: Vladimir Vujičić

Odgovorno lice: Vladimir Vujičić

Autori: M. Urekar, Z. Mitrović, S. Milovančev, V. Vujičić, P. Sovilj, M. Trobok

Razvijeno: u okviru projekta tehnološkog razvoja TR-32019 i pokrajinskog projekta 114-451-2723

Godina: 2011.

Primena: 10.12.2011.

Kratak opis

Oblast na koju se ovo tehničko rešenje odnosi je elektrotehnika i računarstvo. Problem koji se ovim tehničkim rešenjem rešava je merenja faktora izobličenja složenoperiodične merene veličine.

Prikazano je stanje rešenosti u svetu, sa posebnim osvrtom na pristup sa standardnim digitalnim merenjem i metodama stohastičkog digitalnog merenja. U opisu rešenja se polazi od blok šeme osnovnog instrumenta za merenje efektivne vrednosti baziranog na generalisanoj SAADK - 2G metodi, koja se koristi dalje za razvoj metode merenja faktora izobličenja složenoperiodične merene veličine. U razvoju se izvode matematički izrazi za rezultate merenja i greške merenja predmetnom metodom.

Metoda je verifikovana u Laboratoriji za merne sisteme i Laboratoriji za metrologiju Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu, u prvoj etapi putem simulacije i njenim poređenjima sa teorijskim analizama. U drugoj etapi, metoda je eksperimentalno verifikovana u prototipu - instrument (podsistem) za paralelno merenje faktora izobličenja. Verifikacija je pokazala pouzdanost i tačnost rezultata koji se dobijaju primenom metode.

Realizatori:

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

Korisnici:

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu; ION Solutions d.o.o. kao participant; Nigal d.o.o. Petrovaradin

Podtip rešenja:

Nova metoda (M 85)

Stanje rešenosti u svetu

Savremena merna instrumentacija je zasnovana na hardverskim komponentama za digitalizaciju signala. Mereni signali se često kondicioniraju, tako da se vremenski neprekidan kondicionirani signal uzorkuje i pretvara u diskretne digitalne vrednosti. U procesu A/D pretvaranja, tačnost i brzina su suprostavljeni zahtevi, i merenje niskih, zašumljenih i izobličenih signala je izazovan problem za teoriju i praksu nauke i tehnologije merenja.

Mogućnosti za pouzdan rad instrumenata sa sopstvenom slučajnom greškom su istraživane počevši od 1956. godine. Osobina ovakvog pristupa je vrlo jednostavan hardver, koji može da radi veoma brzo. Pokazano je da dodavanje slučajnog uniformnog ditera na ulaz A/D konvertora raspreže grešku merenja od ulaznog signala. Ovaj diter takođe potiskuje grešku merenja koja ima uzrok u maloj rezoluciji A/D konverzije i u spoljnjem šumu koji se superponira sa ulaznim signalu.

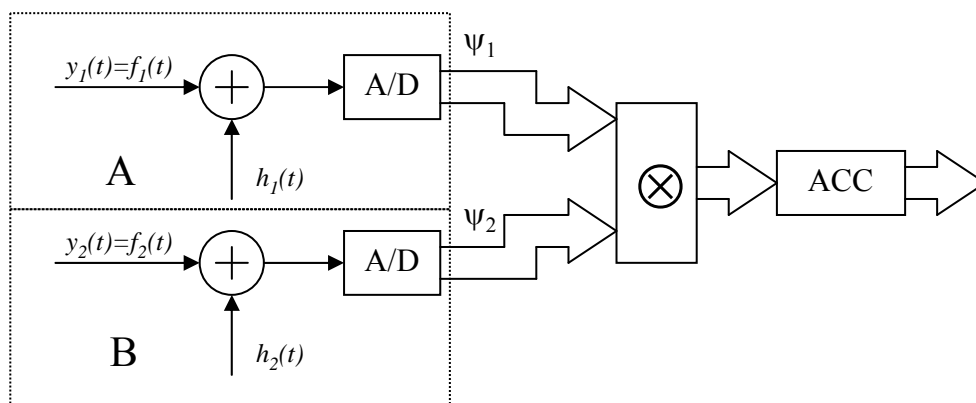
Sledeći ovaj opšti princip, nekoliko posebnih metoda je razvijeno za merenje srednje vrednosti jednosmernih signala, naizmeničnih signala i izobličених naizmeničnih signala. Implementirano je nekoliko prototipskih i komercijalnih instrumenata, za koje se pokazalo da je njihova merna nesigurnost ekstremno niska. Ovi metodi su nazvani metodima stohastičkog digitalnog merenja, a ovi instrumenti stohastičkim digitalnim instrumentima.

Opis tehničkog rešenja

Po pitanju praćenja stanja u mreži, najjednostavnije je okarakterisati normalno naponsko stanje prisustvom samo jednog, t.j. prvog harmonika. Pojava ostalih harmonijskih komponenti najdirektnije signalizira neregularnost. Ovo je polazna osnova za razvoj ovog metoda, odnosno potreba da se na osnovu spektralnog sastava signala u mreži odredi stanje sistema, uz merenje svih relevantnih vrednosti. U tom smislu, iskorišćena je generalisana SAADK-2G metoda, koja spada u metode stohastičkog digitalnog merenja.

Blok šema osnovnog instrumenta za integraljenje proizvoda dva analogna signala baziranog na generalisanoj SAADK - 2G metodi data je na slici

Slika 1:



Slika 1: Blok šema osnovnog instrumenta za merenje
efektivne vrednosti baziranog na generalisanoj SAADK - 2G metodi

Na slici

Slika 1, y_1 i y_2 su signali za koje se traži integral proizvoda a signali h_1 i h_2 su signali šuma, međusobno nekorelisani sa uniformnom raspodelom amplituda:

$$p(h_1) = \frac{1}{\Delta_1} \quad (1)$$

$$p(h_2) = \frac{1}{\Delta_2} \quad (2)$$

Signali h_1 i h_2 ujedno ispunjavaju uslov Vidroua, tj.

$$|h_1| < \frac{\Delta_1}{2} \quad (3)$$

$$|h_2| < \frac{\Delta_2}{2} \quad (4)$$

Ovde su Δ_1 i Δ_2 vrednosti kvantnih nivoa sampling A/D konvertora sa slike 1. Obzirom da sampling A/D konvertor 1 prikazan na slici

Slika 1 ima rezoluciju od m bita, a sampling A/D konvertor 2 ima rezoluciju od k bita, i neka su opsezi A/D konvertora R_1 i R_2 respektivno, Δ_1 i Δ_2 iznose:

$$\Delta_1 = \frac{R_1}{2^{m-1} - 1} \quad (5)$$

$$\Delta_2 = \frac{R_2}{2^{k-1} - 1} \quad (6)$$

ψ_1 i ψ_2 su izlazi iz sampling A/D konvertora 1 i 2 respektivno, tj rezultati A/D konverzije zbira analognih signala y_1 i h_1 , odnosno y_2 i h_2 . ψ je očigledno proizvod ψ_1 i ψ_2 , a $\bar{\psi}$ je usrednjeni izlaz iz akumulatora, tj vrednost sadržaja akumulatora podeljena sa ukupnim brojem odbiraka koji učestvuju u merenju. Potrebno je videti fizičku suštinu $\bar{\psi}$, odnosno videti šta $\bar{\psi}$ predstavlja. Da bi se to uradilo, koristi se lema 1.

Lema 1:

Neka je $x = \varphi(t)$, tj. funkcija vremena, ili šire gledano neke promenljive t . Tada je

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt \quad (7)$$

bez obzira da li je t deterministička ili stohastička promenljiva.

Dokaz:

Pretpostavimo da je verovatnoća promenljive t ,

$$p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \quad (8)$$

Ako je $\varphi(x)$ proizvoljna funkcija, $p(x)$ ne mora da postoji.

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx \quad (9)$$

Neka je

$$p(x) dx = dP(x) \quad (10)$$

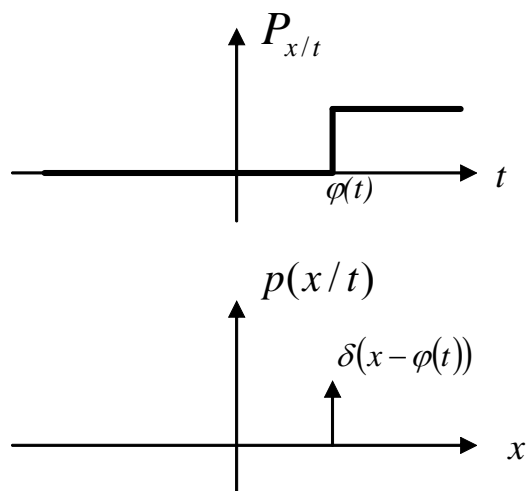
Tada iz $\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx$ **(9)** sledi:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x dP_x \quad (11)$$

Uvodeći formulu uslovne verovatnoće:

$$dP_x = dP_{x/t} dP_t$$

gde su na slici Slika 2 grafički predstavljene funkcije $P_{x/t}$, i $p(x/t)$, imamo:



Slika 2 Grafički prikaz funkcija uslovne verovatnoće $P_{x/t}$ i $p(x/t)$

$$p(x/t) = \delta[x - \varphi(t)] \quad (12)$$

Imajući u vidu $p(t) = \frac{1}{t_2 - t_1}$ **(8)**,

$$dP_x = p(x/t)dx \cdot p(t)dt = \delta[x - \varphi(t)] \frac{1}{t_2 - t_1} dt dx \quad (13)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-\infty}^{\infty} x \delta[x - \varphi(t)] dx \quad (14)$$

U okolini tačke "t" je $x = \varphi(t)$, pa je

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-\infty}^{\infty} x \delta[x - \varphi(t)] dx = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varphi(t) dt \quad (15)$$

čime je lema 1 dokazana.

Na osnovu leme 1 i blok šeme na slici 1, imamo:

$$\bar{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi dP_{\psi} \quad (16)$$

Totalni diferencijal dP_{ψ} je

$$dP_{\psi} = dP_{y_1/t} dP_{y_2/t} dP_t dP_{h_1} dP_{h_2} \quad (17)$$

Koristeći jednakosti $p(h_1) = \frac{1}{\Delta_1}$ **(1 -** $|h_2| < \frac{\Delta_2}{2}$ **(4)** i $dP_{\psi} = dP_{y_1/t} dP_{y_2/t} dP_t dP_{h_1} dP_{h_2}$

(17), dobija se sledeća relacija:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \int_{-\frac{\Delta_1}{2}}^{\frac{\Delta_1}{2}} \psi_1 \frac{dh_1}{\Delta_1} \int_{-\frac{\Delta_2}{2}}^{\frac{\Delta_2}{2}} \psi_2 \frac{dh_2}{\Delta_2} \quad (18)$$

Znajući vrednosti integrala:

$$\int_{-\frac{\Delta_1}{2}}^{\frac{\Delta_1}{2}} \psi_1 \frac{dh_1}{\Delta_1} = y_1 \quad (19)$$

$$\int_{-\frac{\Delta_2}{2}}^{\frac{\Delta_2}{2}} \psi_2 \frac{dh_2}{\Delta_2} = y_2 \quad (20)$$

$\bar{\psi}$ postaje:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} y_1 \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} y_2 \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \quad (21)$$

Kako su integrali:

$$\int_{-R_1}^{R_1} y_1 \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 = f_1(t) \quad (22)$$

$$\int_{-R_2}^{R_2} y_2 \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 = f_2(t) \quad (23)$$

dobija se formula za $\bar{\psi}$:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \quad (24)$$

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt$$

Iz (24) se vidi da se kao rezultat merenja dobija srednja vrednost integrala proizvoda dva analogna signala, tj. da SAADK-2G konvertor jeste namenski konvertor za merenje ovakvih vrednosti.

Sa metrološkog stanovišta je potrebno znati kolike su tačnost i preciznost rezultata merenja. Počecemo sa odredivanjem σ_{ψ}^2 (standardnog odstupanja na izlazu SAADK-2G).

Obzirom da je

$$\sigma_{\psi}^2 = \overline{\psi^2} - \bar{\psi}^2 \quad (25)$$

i da je $\bar{\psi}$, a samim tim i $\bar{\psi}^2$ određeno, ostaje da se odredi $\overline{\psi^2}$, čime bi onda bilo određeno σ_{ψ}^2 . Poznato je

da disperzija rezultata na izlazu iz A/D konvertora zadovoljava relaciju $\sigma_{\psi}^2 \leq \frac{\Delta^2}{4}$; na osnovu toga sledi:

$$\overline{\psi_i^2} - \bar{\psi}_i^2 \leq \frac{\Delta_i^2}{4}, i = 1, 2 \quad (26)$$

Iz $\overline{\psi_i^2} - \bar{\psi}_i^2 \leq \frac{\Delta_i^2}{4}$, $i = 1, 2$ (26) proizilazi:

$$\overline{\psi_i^2} \leq \frac{\Delta_i^2}{4} + \bar{\psi}_i^2, i = 1, 2 \quad (27)$$

Znajući da je ψ proizvod ψ_1 i ψ_2 , dobija se:

$$\overline{\psi^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \int_{-\frac{\Delta_1}{2}}^{\frac{\Delta_1}{2}} \psi_1^2 \frac{dh_1}{\Delta_1} \int_{-\frac{\Delta_2}{2}}^{\frac{\Delta_2}{2}} \psi_2^2 \frac{dh_2}{\Delta_2} \quad (28)$$

Sada se na osnovu

$$\overline{\psi_i^2} \leq \frac{\Delta_i^2}{4} + y_i^2, \quad i = 1, 2 \quad (27)$$

i

$$\overline{\psi^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \int_{-\frac{\Delta_1}{2}}^{\frac{\Delta_1}{2}} \psi_1^2 \frac{dh_1}{\Delta_1} \int_{-\frac{\Delta_2}{2}}^{\frac{\Delta_2}{2}} \psi_2^2 \frac{dh_2}{\Delta_2}$$

(28) dobija:

$$\overline{\psi^2} \leq \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} \left(y_1^2 + \frac{\Delta_1^2}{4} \right) \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} \left(y_2^2 + \frac{\Delta_2^2}{4} \right) \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \Rightarrow \quad (29)$$

$$\overline{\psi^2} \leq \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[f_1^2(t) + \frac{\Delta_1^2}{4} \right] \left[f_2^2(t) + \frac{\Delta_2^2}{4} \right] dt \quad (30)$$

Razvojem

$$\overline{\psi^2} \leq \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[f_1^2(t) + \frac{\Delta_1^2}{4} \right] \left[f_2^2(t) + \frac{\Delta_2^2}{4} \right] dt \quad (30) \text{ se dobija:}$$

$$\overline{\psi^2} \leq \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \quad (31)$$

Ako uvedemo oznaku:

$$\sigma_s^2 = \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \quad (32)$$

kvadrat standardne devijacije celokupnog merenja može se zapisati kao:

$$\sigma_\psi^2 \leq \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \right]^2 + \sigma_s^2 \quad (33)$$

Uvodeći novu oznaku:

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \right]^2 \quad (34)$$

možemo da izrazimo kvadrat standardne devijacije kao:

$$\sigma_\psi^2 \leq \sigma_d^2 + \sigma_s^2 = \sigma_u^2 \quad (35)$$

Ovde je:

σ_u^2 — gornja granica kvadrata greške (σ_{upper}^2),

σ_d^2 — mera varijacije determinističkih funkcija y_1 i y_2 i samim tim ne predstavlja grešku,

σ_s^2 — mera stohastičke komponente i samim tim predstavlja grešku merenja.

Važi i sledeća relacija:

$$\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0, \Delta_2 \rightarrow 0} \sigma_\psi^2 = \lim_{\Delta_1 \rightarrow 0, \Delta_2 \rightarrow 0} \sigma_d^2 + \lim_{\Delta_1 \rightarrow 0, \Delta_2 \rightarrow 0} \sigma_s^2 = \sigma_d^2 \quad (36)$$

jer je

$$\lim_{\Delta_1 \rightarrow 0, \Delta_2 \rightarrow 0} \sigma_s^2 = 0 \quad (37)$$

Neka je $\psi = y_1 y_2 + e$, gde je e greška. Tada važe sledeći uslovi:

1° e je slučajna promenljiva. Dokaz: kako je $y_1 y_2$ deterministička promenljiva, a ψ stohastička, sledi da e mora takođe biti stohastička.

2° $y_1 y_2$ je statistički nezavisna od e . Dokaz: Čim je $y_1 y_2$ deterministička promenljiva, a e stohastička, proizilazi da je proizvod $y_1 y_2$ nezavistan od e .

3° e je ograničeno i

$$|e| < R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2 \quad (38)$$

Dokaz: $\psi = \psi_1 \psi_2 \Rightarrow$

$$\psi = (y_1 + e_1)(y_2 + e_2) = y_1 y_2 + y_1 e_2 + y_2 e_1 + e_1 e_2 \quad (39)$$

Kako je

$$y_1 e_2 \leq R_1 \cdot \Delta_2 \quad (40)$$

$$y_2 e_1 \leq R_2 \cdot \Delta_1 \quad (41)$$

i

$$e_1 e_2 < \Delta_1 \Delta_2 \Rightarrow \quad (42)$$

$$|e| < R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2 \quad (43)$$

Lema 2: $\bar{e} = 0$.

Dokaz:

$$\bar{\psi} = \overline{y_1 y_2 + e} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi \cdot dP_{\psi} \quad (44)$$

Znajući da je:

$$dP_{\psi} = \delta[y_1 - f_1(t)] \delta[y_2 - f_2(t)] \frac{1}{t_2 - t_1} p(e) dy_1 dy_2 dt de \quad (45)$$

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt + \int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} ep(e) de = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \quad (46)$$

$$\int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} ep(e) de = \bar{e} = 0 \quad (47)$$

Lema 3: $\sigma_{\psi}^2 = \sigma_d^2 + \sigma_e^2$.

Dokaz:

$$\psi = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 \int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} (y_1^2 y_2^2 + 2y_1 y_2 + e^2) p(e) de \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{-R_1}^{R_1} y_1^2 \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 \int_{-R_2}^{R_2} y_2^2 \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 + \\ &\quad \int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} 2y_1 y_2 p(e) de + \int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} e^2 p(e) de \end{aligned} \quad (49)$$

$$\overline{\psi^2} = \overline{(y_1 y_2 + e)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (y_1 y_2 + e)^2 dP_{\psi} \quad (50)$$

Kako je

$$\int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} 2y_1 y_2 p(e) de = 0 \quad (51)$$

$$\int_{-R_1}^{R_1} y_1^2 \delta[y_1 - f_1(t)] dy_1 = f_1^2(t) \quad (52)$$

$$\int_{-R_2}^{R_2} y_2^2 \delta[y_2 - f_2(t)] dy_2 = f_2^2(t) \Rightarrow \quad (53)$$

$$\overline{\psi^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt + \int_{-(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)}^{+(R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2)} e^2 p(e) de \quad (54)$$

Takođe važi:

$$\overline{e^2} = \overline{e^2} - 0 = \overline{e^2} - \overline{e}^2 = \sigma_e^2 \quad (55)$$

pa je

$$\sigma_{\psi}^2 = \overline{\psi^2} - \overline{\psi}^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \right]^2 + \sigma_e^2 \quad (56)$$

Znajući
$$\sigma_d^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) f_2^2(t) dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt \right]^2 \quad (34),$$
 lema 3 je dokazana.

Lema 4:

$$\sigma_e^2 \leq \sigma_s^2 \quad (57)$$

Dokaz: na osnovu $\sigma_{\psi}^2 \leq \sigma_d^2 + \sigma_s^2 = \sigma_u^2$ (35) i leme 3 sledi da je

$$\sigma_d^2 + \sigma_e^2 \leq \sigma_d^2 + \sigma_s^2 \quad (58)$$

pa stoga važi i $\sigma_e^2 \leq \sigma_s^2$ (57).

Sledeće što je potrebno da se odredi je σ_e^2 . U tom cilju, potrebno je prvo proveriti da li je treći momenat ograničen da bi mogli primeniti centralnu graničnu teoremu. Dakle:

$$M_{e3} = \overline{(e - \overline{e})^3} \quad (59)$$

pa na osnovu $|e| < R_1 \Delta_2 + R_2 \Delta_1 + \Delta_1 \Delta_2$ (38) sledi

$$M_{e^3} = \langle e^3 \rangle = \int_{-(R_1\Delta_2 + R_2\Delta_1 + \Delta_1\Delta_2)}^{+(R_1\Delta_2 + R_2\Delta_1 + \Delta_1\Delta_2)} e^3 p(e) de \leq (R_1 \cdot \Delta_2 + R_2\Delta_1 + \Delta_1\Delta_2)^3 \quad (60)$$

Time je dokazano da je treći momenat ograničen, tj. da je primenljiva centralna granična teorema.

Primenjujući centralnu graničnu teoremu i teoremu odabiraka, uz $\sigma_e^2 \leq \sigma_s^2$ (57) i

$$\sigma_s^2 = \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \quad (32), \text{ dobija se:}$$

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{\sigma_s^2}{N} \quad (61)$$

Odnosno

$$\sigma_e^2 \leq \frac{1}{N} \left[\frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \right] \quad (62)$$

Ako se isprojektuje SAADK-2G tako da je $\Delta_2 \ll \Delta_1$, formula za grešku postaje:

$$\sigma_s^2 \approx \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt \quad (63)$$

odnosno, greška onda zavisi samo od integrala kvadrata onog signala koji se kvantizuje sampling A/D konvertorom veće rezolucije. Ovaj zaključak je polazna osnova za dizajn novog tipa stohastičkog digitalnog procesora ortogonalnih transformacija.

Simulacijom su provereni rezultati koji se dobijaju primenom navedene metode u merenju koeficijenata

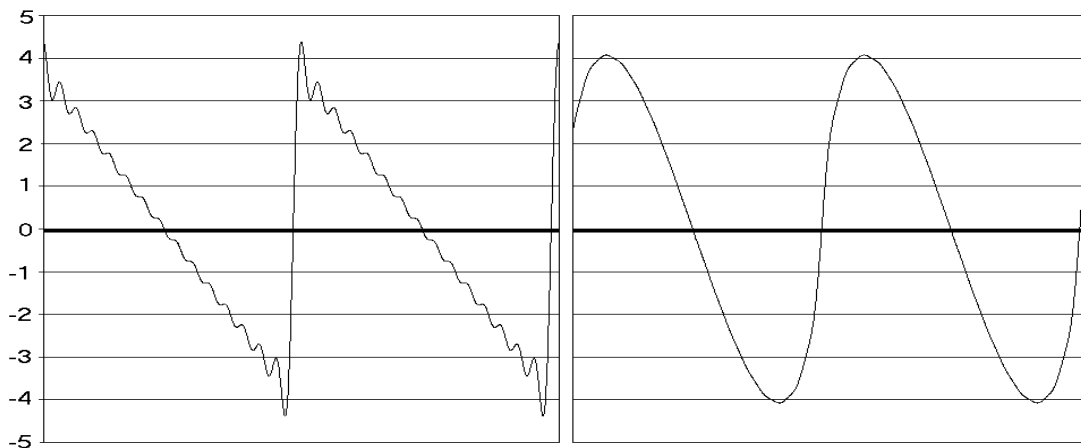
diskretne Furijeove transformacije za signale $y_1'(t)$ $y_1'(t) = 2.5 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right)$ (64) i

$y_1''(t)$ $y_1''(t) = 4.0 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i^2} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right)$ (65).

$$y_1'(t) = 2.5 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right) \quad (64)$$

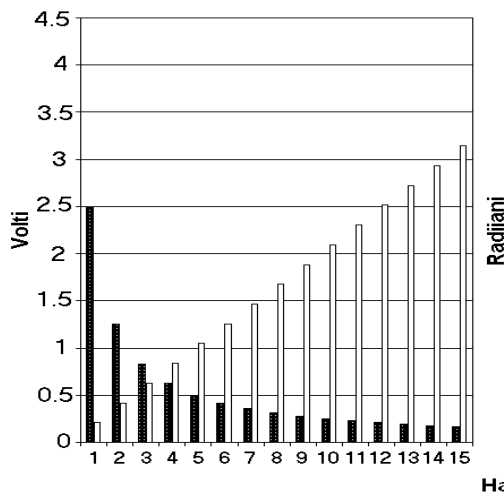
$$y_1''(t) = 4.0 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i^2} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right) \quad (65)$$

Signali $y_1'(t)$ i $y_1''(t)$ su izabrani za simulacionu proveru izložene teorije zato što su jednostavno formulisani analitički i za svaku frekvenciju imaju obe harmonijske komponente. Izgled signala u vremenskom i frekventnom domenu dat je na slici Slika 3:

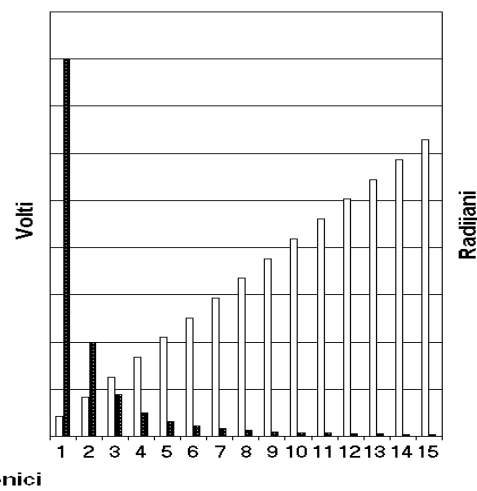


(a)

(b)



(c)



(d)

Slika 3 (a) i (b): Signali $y_1'(t)$ i $y_1''(t)$ u vremenskom domenu

(c) i (d): Signali $y_1'(t)$ i $y_1''(t)$ u frekventnom domenu

Crni stubi- amplituda; Beli-faza

Simulacije su rađene sa sledećim parametrima: $R_1 = R_2 = R = 5V$; $m = 5bita$; $k = 10bita$; $f_0 = 50Hz$; $f_c = 1MHz$; $t_2 - t_1 = 1s$. Statistički uzorak apsolutne greške merenja za svaki harmonik se sastoji od 50 merenja. Apsolutne greške merenja harmonijskih koeficijenata za signal $y_1'(t)$ date su u tabeli 1:

I	1	2	3	4	5	6	7	8
$\sigma(bi)$ [V]	0.00085	0.00112	0.00111	0.00082	0.00104	0.00096	0.00085	0.00099
$\sigma(ai)$ [V]	0.00097	0.00102	0.00084	0.00096	0.00110	0.00099	0.00114	0.00096
I	9	10	11	12	13	14	15	
$\sigma(bi)$ [V]	0.00086	0.00098	0.00086	0.00083	0.00099	0.00106	0.00090	

$\sigma(a_i)$ [V]	0.00093	0.00076	0.00091	0.00107	0.00089	0.00114	0.00092
----------------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

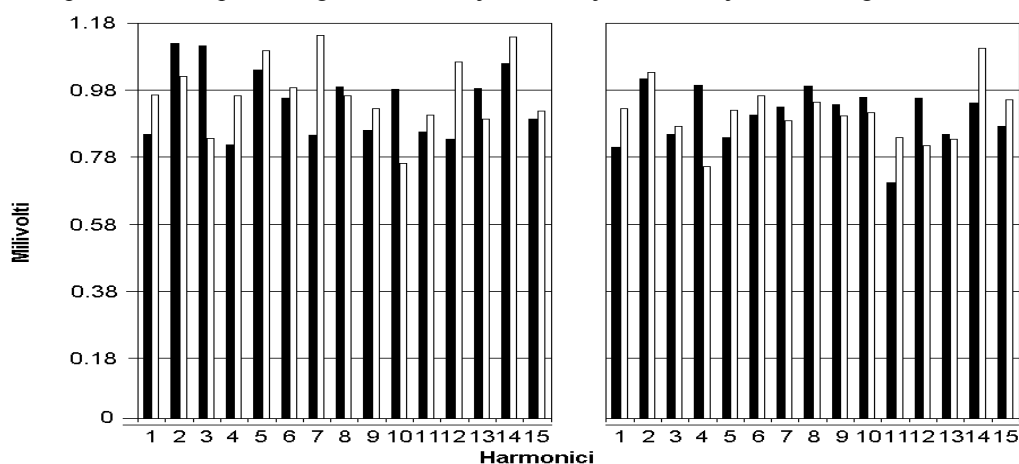
Tabela 1: Apsolutne greške merenja koeficijenata trigonometrijskog polinoma $y_1'(t)$

Apsolutne greške merenja harmonijskih koeficijenata za signal $y_1''(t)$ date su u tabeli 2:

I	1	2	3	4	5	6	7	8
$\sigma(b_i)$ [V]	0.00081	0.00101	0.00085	0.00100	0.00084	0.00091	0.00093	0.00099
$\sigma(a_i)$ [V]	0.00093	0.00103	0.00087	0.00075	0.00092	0.00096	0.00089	0.00095
I	9	10	11	12	13	14	15	
$\sigma(b_i)$ [V]	0.00094	0.00096	0.00070	0.00096	0.00085	0.00094	0.00087	
$\sigma(a_i)$ [V]	0.00090	0.00091	0.00084	0.00081	0.00083	0.00110	0.00095	

Tabela 2: Apsolutne greške merenja koeficijenata trigonometrijskog polinoma $y_1''(t)$

Na slici Slika 4 prikazane su apsolutne greške u merenju harmonijskih koeficijenata oba signala:



(a)

(b)

Slika 4 (a) i (b): Apsolutne greške merenja koeficijenata signala $y_1'(t)$ i $y_1''(t)$

Crni stubići $-\sigma(b_i)$; Beli stubići $-\sigma(a_i)$

Teorijski izračunata gornja granica apsolutne greške za navedene parametre simulacije je $\sigma_{\psi} = 1,18mV$. Vidimo dakle slaganje simulacionih rezultata sa teorijskim očekivanjem.

Ako bi se datom metodom merio faktor izobličenja (*THD* faktor) **Error! Reference source not found.,Error! Reference source not found.**, neke od veličina na mreži (označimo veličinu čiji se *THD* faktor meri sa V), i ako se veličina V može jednoznačno predstaviti preko svojih harmonijskih komponenti, a sa V_i označimo efektivnu vrednost pojedinačnog, i -tog harmonika, tada je faktor Q :

$$Q = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^q V_i^2}}{V_1} \quad (66)$$

Po definiciji, relativna greška merenja faktora Q je:

$$\Gamma_Q = \frac{Q_m - Q}{Q} = \frac{Q_m}{Q} - 1 \quad (67)$$

$$\Gamma_Q = \frac{Q_m - Q}{Q} = \frac{Q_m}{Q} - 1$$

U (67), Q_m je merena vrednost faktora izobličenja, a Q je tačna (stvarna) vrednost faktora izobličenja. Ako se sa γ označi gornja granica apsolutne greške merenja amplitude jednog harmonika iz **Error! Reference source not found.**, onda važi:

$$|\Gamma_Q| = \left| \frac{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^q (V_i + \gamma)^2}}{V_1 + \gamma}}{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^q V_i^2}}{V_1}} - 1 \right| \quad (68)$$

$$|\Gamma_Q| = \left| \frac{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^q (V_i + \gamma)^2}}{V_1 + \gamma}}{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^q V_i^2}}{V_1}} - 1 \right|$$

Ako za svaki od harmonika važi $V_i \gg \gamma$, onda se po parametru γ i dobija se izraz koji definiše gornju granicu relativne greške kod merenja faktora izobličenja: (68) može razviti

$$|\Gamma_Q|_{MAX} \approx \left| \gamma \left(\frac{\sum_{i=2}^q V_i}{\sum_{i=2}^q V_i^2} - \frac{1}{V_i} \right) \right| \leq \gamma \left(\frac{\sum_{i=2}^q V_i}{\sum_{i=2}^q V_i^2} + \frac{1}{V_i} \right) \quad (69)$$

Vidi se da gornja granica relativne greške merenja linearno zavisi od gornje granice apsolutne greške merenja amplitude pojedinačnog harmonika.

Ako bi se datiom metodom merila efektivna vrednost neke veličine V , tada je relativna greška merenja:

$$\frac{|\Delta V|}{V} \leq \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^q (V_i + \gamma)^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}} \quad (70)$$

$$\frac{|\Delta V|}{V} \leq \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^q (V_i + \gamma)^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}}$$

U izrazu

(70), ΔV je apsolutna greška merenja veličine V .

$$\frac{|\Delta V|}{V} \leq \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^q (V_i + \gamma)^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}}$$

Razvojem

(70), dobija se:

$$\frac{|\Delta V|}{V} \leq \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2 + 2\gamma \sum_{i=1}^q V_i + q\gamma^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}} - 1 \approx \gamma \frac{\sum_{i=1}^q V_i}{\sum_{i=1}^q V_i^2} \quad (71)$$

$$\frac{|\Delta V|}{V} \leq \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2 + 2\gamma \sum_{i=1}^q V_i + q\gamma^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^q V_i^2}} - 1 \approx \gamma \frac{\sum_{i=1}^q V_i}{\sum_{i=1}^q V_i^2}$$

Iz

(71) sledi da i gornja granica relativne greške merenja efektivne vrednosti neke veličine, prikazanom metodom, linearno zavisi od gornje granice apsolutne greške merenja amplitude pojedinog harmonika.

Softver za simulaciju merenja u frekvencijskom domenu razvijen je na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, u okviru tekućeg projekta br. TR-32019 kod Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije i tekućeg projekta br. 114-451-2723 kod Pokrajinskog sekretarijata za nauku i tehnološki razvoj AP Vojvodine.

Štampano – Decembar 2011.